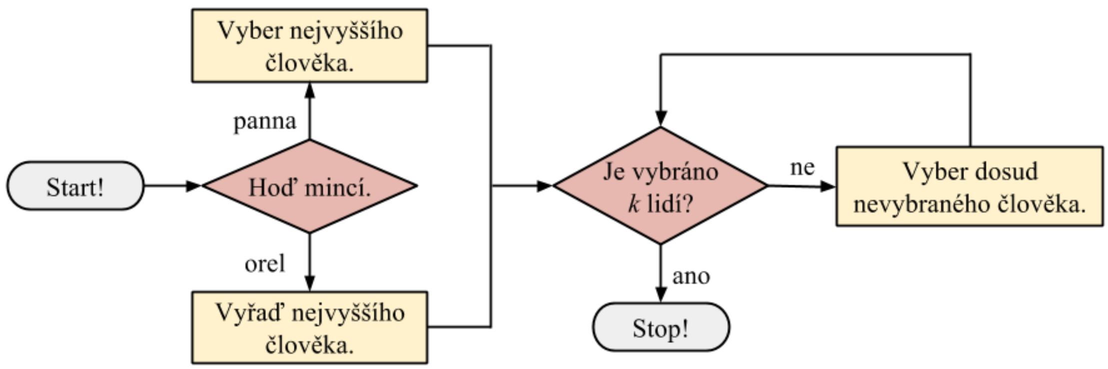
## Úloha 1.

(a) Která z ostatních úloh vás vede k výpočtu

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}?$$

(b) Program vybírá lidi z $n$-členné skupiny. Kolika způsoby může výběr skončit?




(c) Kolika způsoby lze z $n$-členné skupiny vybrat $k$ reprezentantů?

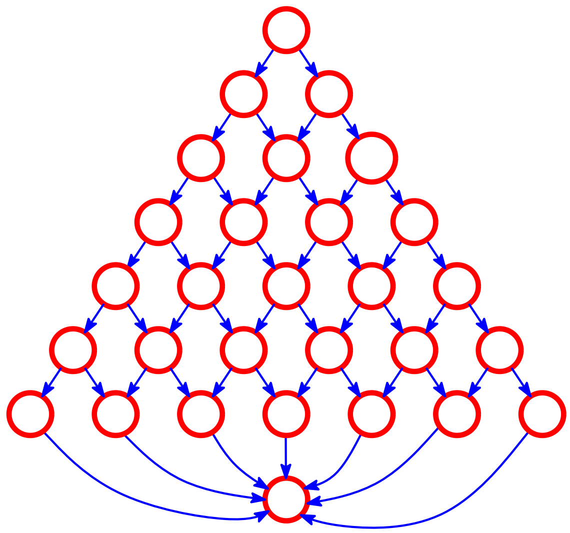
(d) Která z ostatních úloh vás vede k výpočtu

$$\binom{n}{k}?$$

## Úloha 2.

(a) Která z ostatních úloh vás vede k výpočtu

$$\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}?$$



(b) Kolik cest vede z nejsevernějšího města do nejjižnějšího?

(c) Kolik existuje nápisů délky šest složených ze znaků ↘ a ↙?
(Např. ↙ ↙ ↘ ↘ ↘ ↙ nebo ↘ ↘ ↘ ↘ ↘ ↙)

(d) Kolika způsoby lze rozdělit šest lidí na dvě skupiny (jedna skupina může být i prázdná)?

(e) Kolika způsoby lze vybrat libovolně velkou skupinu (může být i prázdná) ze šesti lidí?

(f) Která z ostatních úloh vás vede k výpočtu $2^6$?

## Úloha 3.

Na obrázku jsou výsledky běhu na 100 m mužů z Olympijských her v Londýně z roku 2012.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | **Usain BOLT** | JAM | 9.63 |
| | **Yohan BLAKE** | JAM | 9.75 |
| | **Justin GATLIN** | USA | 9.79 |
| 4 | Tyson GAY | USA | 9.80 |
| 5 | Ryan BAILEY | USA | 9.88 |
| 6 | Churandy MARTINA | NED | 9.94 |
| 7 | Richard THOMPSON | TTO | 9.98 |
| 8 | Asafa POWELL | JAM | 11.99 |

(a) Kolika způsoby mohl závod skončit? (Dva závody považujeme za různé, pokud se liší alespoň na jedné pozici.)

(b) Ke každému pořadí vlajek lze dopsat několik pořadí jmen závodníků. Kolik?

(c) Zjistěte, kolik je všech pořadí vlajek.

### Úloha 4.

(a) V osudí jsou kuličky očíslované čísly 1 až 16. 5 kuliček je bílých, 5 je modrých, 4 zelené a 2 jsou hnědé. Kuličky postupně po jedné vytáhneme a naskládáme je do řady v pořadí, v jakém byly taženy. Nakonec všechny kuličky otočíme číslem dolů tak, že je vidět pouze jejich barva. Kolik různě barevných řad tak můžeme dostat? Například lze dostat tyto dvě různé řady:
$(H, M, H, M, M, M, B, M, B, B, Z, Z, Z, Z, B, B)$,
$(B, B, Z, Z, Z, Z, B, B, M, B, M, M, M, H, M, H)$.

(b) Na první trénink malých fotbalistů přišlo 16 šestiletých kluků. Trenér se rozhodl, že 2 z nich postaví do brány, 5 z nich budou obránci, jiných 5 budou záložníci a poslední 4 útočníci. Kolika způsoby mohl kluky rozdělit?

(c) Která z ostatních úloh vás vede k výpočtu

$$\frac{16!}{2!\,4!\,5!\,5!}?$$

(d) Která z ostatních úloh vás vede k výpočtu

$$\binom{16}{5}\binom{11}{5}\binom{6}{4}\binom{2}{2}?$$

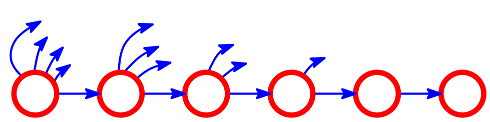
### Úloha 5.

Mezi městy na obrázku je naznačena letecká síť, v níž z každého města vede cesta do všech měst dále na východ.

(a) Pro každé město určete, kolika způsoby se do něj lze dopravit ze nejzápadnějšího města.

(b) Jak se změní výsledek úlohy, pokud měst v řadě bude $n$?

(c) Ptáme-li se na počet možností, jak obarvit vnitřní města (tj. neležící na ani jednom kraji) modře či žlutě, dostaneme stejnou odpověď. Proč?



Shrnutí: V úloze o běžcích a v úloze o barevných kuličkách se počítají takzvané *permutace s opakováním.* Řekněme, že máme k dispozici 16 objektů, z nichž 5 je jednoho druhu, dalších 5 jiného druhu, další 4 zase jiného druhu a poslední 2 ještě jiného druhu. Objekty v rámci jednoho druhu nelze odlišit. Počet způsobů, kterými lze těchto 16 objektů seřadit, je

$$\frac{16!}{5!5!4!2!}.$$

Předchozí výsledek lze rozšířit pro $k$ druhů objektů. Máme-li 1. druhu $n_1$ objektů, 2. druhu $n_2$ objektů, atd., až posledního $k$. druhu $n_k$ objektů, pak počet způsobů, kterými lze těchto $n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ objektů seřadit, je

$$\frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}.$$